GMTH Proceedings 2015
herausgegeben von
Florian Edler, Markus Neuwirth und Immanuel Ott

Gegliederte Zeit

15. Jahreskongress der Gesellschaft für Musiktheorie 2015 Berlin

herausgegeben von
Marcus Aydintan, Florian Edler,
Roger Graybill und Laura Krämer

Druckfassung: Georg Olms Verlag, Hildesheim 2020
(ISBN 978-3-487-15891-4)

Sanja Kiš Žuvela

Der ›Goldene Schnitt‹ und die Fibonacci-Folge als Zeitgliederungsmuster in der Musik des 20. Jahrhunderts

Der ›Goldene Schnitt‹ (GS), eine von der Geometrie auf andere Disziplinen übertragbare Proportion, kann als abstraktes Gliederungsprinzip auf unterschiedliche Musikparameter angewendet werden, u. a. auf Tondauer, Tonhöhe, Dynamik und Klangfarbe. Am häufigsten wird dieses ursprünglich räumliche Verhältnis aber für die syntaktische Gliederung verwendet.

Unter dem Begriff ›Goldener Schnitt‹ wird ein Einteilungsprinzip verstanden, bei dem eine Größe, z. B. eine Strecke, in zwei Teile unterschiedlicher Länge aufgeteilt wird. Dabei gilt, dass sich die Länge der kleineren Teilstrecke *a* (›minor‹) zu der Länge der größeren Teilstrecke *b* (›maior‹) so verhält, wie die Länge von *b* zur Länge der gesamten Strecke, also $a + b$ (vgl. Abbildung 1). Das beschriebene Verhältnis kann mit zwei unterschiedlichen Formeln dargestellt werden:

$a : b = \Phi$ bzw. $b : a = \varphi$.

φ stellt das mathematische Symbol für die Konstante[1] des ›Goldenen Schnitts‹, die eine irrationale Zahl ist und circa 1,618 beträgt, dar.

a	b
$a : b$	$b : (a + b)$

Abbildung 1: der ›Goldene Schnitt‹

Dieses Verhältnis ist in der musikalischen Formanalyse seit gut anderthalb Jahrhunderten bekannt. Bereits 1869 äußerte sich Emil Naumann hierüber im ersten

1 Die Konstante des ›Goldenen Schnitts‹ φ zeigt, in welchem Verhältnis ›maior‹ (Teilstrecke *b* in derselben Abbildung) zum ›minor‹ (Teilstrecke *a* in der Abbildung 1), bzw. das Ganze (Gesamtstrecke $a + b$) zum ›maior‹ steht. Dieselbe Zahl (φ) wird als Koeffizient des ›Goldenen Schnitts‹ bezeichnet, wenn sie einen Faktor darstellt, mit dem ein beliebiger arithmetischer Wert multipliziert oder dividiert werden kann, um das Verhältnis des ›Goldenen Schnitts‹ zu erhalten.

Buch seiner Abhandlung *Tonkunst in der Kultur-Geschichte* über klassische Sonatenformen, die er als einen Entwicklungshöhepunkt der Instrumentalmusik und der Musik im Allgemeinen betrachtete. Die Vollkommenheit der Form wird mit der Präsenz des ›Goldenen Schnitts‹ begründet, den Naumann als das Zeisingsche Grundgesetz[2] bezeichnet:

> Da die Musik nicht, wie die bildenden Künste, eine räumlich sich ausdehnende, sondern eine zeitlich fortschreitende Kunst ist, so wird der goldene Schnitt bei Tonwerken auch unter Zugrundelegung von Zeitmaßen vorzunehmen sein. Zeitmaße sind auch in der That für die Musik genau dasselbe, was für die bildenden Künste die Raummaße sind.[3]

Als Beispiel für eine solche Anwendung des ›Goldenen Schnitts‹ bei der Analyse klassischer Sonatenformen dient uns der zweite Satz von Wolfgang Amadeus Mozarts Klaviersonate B-Dur, KV 333.[4] Dem Schema dieses Sonatensatzes (Abbildung 2) ist zu entnehmen, dass sich der Quotient aus dem Gesamtumfang des Satzes (ohne Berücksichtigung von Volta-Varianten bei den Wiederholungen) und der Gesamtdauer von Durchführung und Reprise dem Koeffizienten des ›Goldenen Schnitts‹ φ nähert. Diese Proportion spiegelt sich weiter im Verhältnis der Gesamtdauer der Durchführung und der Reprise zur Dauer der Exposition, der Reprise zur Durchführung, sowie der zweiten Themengruppe zum ersten Thema in der Exposition.

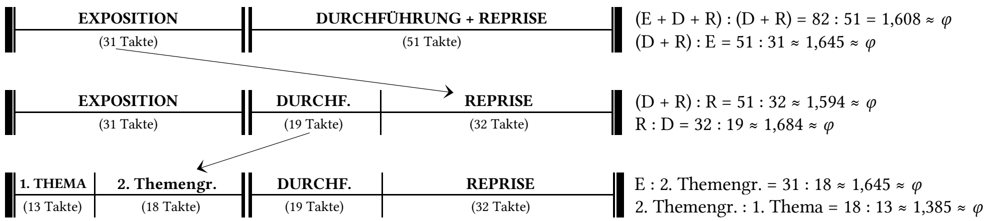

Abbildung 2: W.A. Mozart, Klaviersonate B-Dur, KV 333, 2. Satz, ›Andante cantabile‹

2 Naumann 1869, S. 159. Von Adolf Zeising erbt die westliche Kunsttheorie die Idee des ›Goldenen Schnitts‹ als ästhetische Maßgabe. Vgl. Zeising 1854.

3 Naumann 1869, S. 160.

4 Vgl. die grundlegende Studie über Proportionen in Mozarts Klaviersonaten von John F. Putz (Putz 1995). In Naumanns Buch findet man analoge Analysen mehrerer sinfonischer Sonatensätze aus dem Bereich der Wiener Klassik, daneben auch kleinerer Formen (z. B. Menuette mit Trios) sowie einiger Fugen von Johann Sebastian Bach. Für Sonatenformen zeigte Naumann ein besonderes Interesse, weil in ihnen der Goldene Schnitt oft auf mehreren Formebenen zu finden ist. Siehe Naumann 1869, S. 161–176.

Zu Beginn des 20. Jahrhunderts wurde diese Analysemethode europaweit praktiziert. Davon zeugt die rege Diskussion auf dem Jahreskongress der Royal Music Association in London im Jahr 1902 nach der Vorlesung von Gustav Ernest, dessen Entdeckung des ›Goldenen Schnitts‹ in 42 von 55 analysierten Instrumentalsätzen Ludwig van Beethovens großes Interesse weckte.[5]

Nach dem Zweiten Weltkrieg erschienen drei wegweisende Proportionsstudien, mit denen dem ›Goldenen Schnitt‹ ein fester Platz in der Kunsttheorie gesichert wurde. Neben Rudolf Wittkovers *Architectural Principles in the Age of Humanism*[6] und Le Corbusiers *Modulor*[7] führte auch eine 1950 von Douglas Webster herausgebrachte Studie den neuen Begriff »Golden-Mean form« in die musikalische Formenlehre ein.[8] Im Gegensatz zu Zeising, der auf die Demonstration der Universalität des ›Goldenen Schnitts‹ abzielt, beschränkt sich Websters »Golden-Mean form« auf Sonatensätze von herausragenden Komponisten der Klassik und Romantik.

Seitdem ist der ›Goldene Schnitt‹ ein häufig angewandtes Prinzip der Formanalyse, besonders in Bezug auf die Gesamtform eines Satzes bzw. eines mehrsätzigen Werkes. Ähnlich wie bei der Analyse dieses Prinzips in Werken der bildenden Künste wird auch im Hinblick auf Musikwerke die Präsenz bestimmter Proportionen überprüft.[9] Dabei werden relevante Zäsuren wie Grenzen der jeweiligen Formabschnitte, Stellen, an denen unerwartete Umschwünge eintreten oder besondere dramaturgische Akzente gesetzt werden, fokussiert.[10]

In seiner eklektischen, spätromantischen Passacaglia g-Moll op. 35 für Streichorchester hebt der kroatische Komponist Krsto Odak die Position des ›Goldenen Schnitts‹ schon bei der Themenexposition dynamisch hervor.

Abbildung 3: K. Odak, Thema der Passacaglia g-Moll op. 35 (1938)

5 Ernest 1902–1903, S. 93–98.

6 Wittkover 1949.

7 Le Corbusier 1950.

8 Webster 1950.

9 Modellanalysen, wie sie seit der kanonischen Interpretation der Proportionen von Polyklets *Doryphoros* durch Galenos von Pergamon vorgenommen wurden, enthalten beispielsweise folgende Studien: Cook 1914, Thompson 1917, Hambidge 1920.

10 Vgl. Kiš Žuvela 2011, S. 97.

Der dynamische Höhepunkt des Stücks wird in der dreizehnten Variation exakt an der Stelle des ›Goldenen Schnitts‹ erreicht. Genauso wie bei Polyklets *Doryphoros*[11] verbirgt die Struktur von Odaks Passacaglia weitere analoge Konstellationen. Der ›Goldene Schnitt‹ ist bei wesentlichen Änderungen zu finden: bei Veränderungen des Klangvolumens, der Fakturdichte, des Tongeschlechts, aber auch bei der Setzung dynamischer Akzente, wie z. B. in der Variation Nr. 8, in der einem plötzlichen ›piano‹ ein ›subito crescendo‹ folgt (siehe die in Abbildung 4 hervorgehobenen Variationen).

Da bei den meisten Werken, in denen der ›Goldene Schnitt‹ vorzufinden ist, nicht nachgewiesen werden kann, ob dieses Gestaltungsprinzip absichtlich und bewusst eingesetzt wurde, nimmt die Verfasserin dieses Textes an, dass diese Proportionierung intuitiv gewählt wurde. Die Präsenz des ›Goldenen Schnitts‹ in der Struktur vieler traditioneller Melodien europäischer Völker könnte dabei einen bedeutenden Einfluss gehabt haben.[12]

Aufgrund mangelnder Beweise (wie kompositorischer Theorien) wird dieses Strukturkonzept von Musikstücken von vielen Fachleuten für irrelevant erklärt.[13] Für die Gegenposition stellt Ernő Lendvais Erläuterung von Béla Bartóks *Musik für Saiteninstrumente, Schlagzeug und Celesta* mittels ›Goldener Proportionen‹ und Fibonacci-Zahlen das wohl prominenteste Beispiel dar.[14] Lendvais Auffassung wurde von László Somfai widersprochen, weil vermeintlich Nachweise fehlten.[15]

Ein weiterer Grund für die verbreitete Inakzeptanz des ›Goldenen Schnitts‹ als Kriterium einer Syntax-Analyse musikalischer Kunstwerke liegt in der irrationalen arithmetischen Eigenschaft der Konstante φ. Obwohl der ›Goldene Schnitt‹ geometrisch ganz real und einfach konstruierbar ist – genauso wie die musikalische Zeit – lässt sich in unserem Dezimalsystem ein solches Teilungsverhältnis nicht exakt berechnen. Beim ›Goldenen Schnitt‹ handelt es sich um eine irrationale Proportion, die sich nicht als Bruch zweier ganzer Zahlen (und somit als eine rationale Zahl) darstellen lässt.

11 Vgl. oben, S. 187, Anmerkung 9.

12 Siehe z. B. Webster 1950.

13 Obwohl es keine festen Beweise für eine absichtliche Neigung zum ›Goldenen Schnitt‹ oder für die bewusste Verwendung von Fibonacci-Folgengliedern in der Kompositionspraxis gibt, versuchten mehrere Analytiker diese Gliederungsmittel auch in älterer Musik nachzuweisen (vgl. z. B. Larson 1978, Powell 1979, Atlas 1987, Reynolds 1987).

14 Lendvai 1983, S. 39 f.

15 Somfai 1996, S. 81 f.

Abschnitt	Takt	Besetzung	Inhalt	Dynamik	Dauerverhältnisse		
Thema	1 – 8	Vcl. solo	Thema, g-Moll	*pp*			
Var. 1	9 – 16	Vl 2, Vla, Vcl	Kontrapunkt 1:1	*pp* < >			
Var. 2	17 – 24	Vl 1, Vl 2, Vla, Vcl	Kontrapunkt 2:1:1	*p*	φ		
Var. 3	25 – 32	Vl 1, Vl 2, Vla, Vcl	Kontrapunkt 2:1:1	*mp*			
Var. 4	33 – 40	Vl 1, Vl 2, Vla, Vcl	Kontrapunkt 2:1:1	*mf*		φ	
Var. 5	**41 – 48**	**Tutti**	**Kontrapunkt 3:1**	***f***			
Var. 6	49 – 56	Tutti	Kontrapunkt 3:1	*f*	1		φ
Var. 7	57 – 64	Tutti	Kontrapunkt 3:1 + 8va	*mf* <			
Var. 8	**65 – 72**	**Tutti**	**Kontrapunkt 4:2:1 + *floridus***	***ff* (T. 68: *p sub.* < *ff*)**			
Var. 9	73 – 80	Tutti	Kontrapunkt 6:1	*f* > *p*			
Var. 10	81 – 88	Tutti	Kontrapunkt 4:1 / 4:2:1	*p* < *mf* < >		1	
Var. 11	89 – 96	Tutti ohne Vl 1	Kontrapunkt 4:2:1	*mf* < *f*			
Var. 12	97 – 104	Tutti	Kontrapunkt 2:1 + *floridus*	*f*			
Var. 13	**105 – 112**	**Tutti**	**Thema punktiert; Kpt. 4:1; *strepitoso***	***ff***			
Var. 14	113 – 120	Tutti	Thema ornamentiert; Kpt. 3:1; *meno mosso*	*fp* > *mf*			
Var. 15	121 – 128	Tutti	Kontrapunkt 3:1 + *floridus*; *a tempo*	*p*		φ	
Var. 16	129 – 136	Tutti	Kontrapunkt 4:2:1 + *floridus*	*mf*			
Var. 17	137 – 144	Tutti	Thema variiert; Kontrapunkt 2:1; Arpeggien	*f*			1
Var. 18	**145 – 152**	**Tutti**	**B-Dur; Kontrapunkt 2:1; *leggiero***	***f***			
Var. 19	153 – 160	Tutti	g-Moll;Kontrapunkt 2:1 + *floridus*; Tremolo	*f*			
Var. 20	161 – 168	Tutti	Kontrapunkt 1:1 / 2:1; figuriert	*f*		1	
Var. 21	169 - 177	Tutti	Kontrapunkt 1:1 + Ornamente	*fff*			

Abbildung 4: Formübersicht der Passacaglia g-Moll op. 35 von K. Odak

Wegen dieses irrationalen Moments stieß die Anwendung des ›Goldenen Schnitts‹ auf die Analyse von Kunstwerken auf heftigen Widerspruch. So bestritt der amerikanische Mathematiker George Markovsky in seiner Schrift *Misconceptions about the Golden Section* jede Präsenz des ›Goldenen Schnitts‹ in Kunstwerken, weil es dabei immer nur um eine annähernde Verkörperung dieses Verhältnisses gehe.[16] Dies gelte insbesondere für solche Parameter, die normalerweise nicht als kontinuierliche räumliche Variablen betrachtet würden, wie beispielsweise die musikalische Zeit, deren Einteilung seit jeher als Bruch zweier ganzer Zahlen (wie z. B. bei den Taktart-Angaben) dargestellt worden sei.

Zur Lösung dieses Problems kann die sogenannte Fibonacci-Folge eingesetzt werden, eine unendliche Folge von natürlichen Zahlen, an deren Beginn zweimal die Zahl 1 steht und bei der jedes weitere Element der Summe seiner beiden Vorgänger entspricht. Konkret handelt es sich also um eine additive Zahlenfolge (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 usw.). Je größer ihre Werte, desto mehr nähert sich der Quotient der aufeinanderfolgenden Fibonacci-Folgenglieder dem ›Goldenen Schnitt‹ (1,61803 …). Das ›Goldene Verhältnis‹ wird bereits durch den Bruch 5:8 annähernd erreicht. Beide Zahlen sind aber wie alle weiteren benachbarten Werte der Fibonacci-Folge inkommensurabel.[17] Daher sind sie im Rahmen eines traditionellen Zeitgliederungssystems (in unserem Fall des Notationssystems) kaum einsetzbar. Ungeachtet dessen ist die Fibonacci-Folge zu einem beliebten kompositorischen Mittel geworden, insbesondere bei Protagonisten der Neuen Musik, die nach innovativen Mitteln der parametrischen Organisation streben.

Die Proportionierung der Formabschnitte wirkt besonders eindrucksvoll bei solchen Formen, die sich nicht an traditionelle narrative Strategien oder funktionsharmonische Progressionslogik anlehnen. So spielen bei den in ›Momentform‹ geschriebenen Stücken Karlheinz Stockhausens[18] die Dauernverhältnisse

16 Markowsky 1992.

17 Die Inkommensurabilität der beiden Zahlen besteht darin, dass sie keinen gemeinsamen Teiler haben. Im notationsbezogenen Sinne bedeutet das, dass es zwischen zwei benachbarten Folgengliedern (z. B. zwischen einer Quintolen-Achtel und einer regulären Sechzehntel) keinen dritten Notenwert, der als gemeinsamer Teiler dienen könnte, gibt.

18 Neben *Adieu* zählen dazu z. B. *Klavierstück IX* (1955–1961), *Telemusik* (1966) und viele weitere Stücke vor allem aus den 1960er Jahren. Der Komponist blieb diesem Prinzip bis zum Ende seines Schaffens treu (vgl. z. B. *Natürliche Dauern*, 2006). Zum Begriff des Moments äußerte sich Stockhausen (1963, S. 201) wie folgt: »Ein Moment kann – formal gesehen – eine Gestalt (individuell), eine Struktur (dividuell) oder eine Mischung von beiden sein; und zeitlich gesehen

kontinuierlicher Zeitabschnitte eine entscheidende Rolle, weil sie wahrscheinlich die einzigen Faktoren der Formintegration sind.

Sein *Adieu* für Bläserquintett (1966) stellt eine Momentform dar, die keinen traditionellen Zeitgliederungsprinzipien folgt. In diesem Stück werden alle Verhältnisse kontinuierlicher Formelemente durch die Glieder der Fibonacci-Folge bestimmt (Abbildung 5). Die Globalform setzt sich aus acht Momenten zusammen, die Dauernverhältnisse aufeinanderfolgender Momente tendieren deutlich zur ›Goldenen Proportion‹. In einigen Zeitabschnitten ist die Teilung einfach, in anderen erschließt sie sich nur dann, wenn auch subordinierte Strukturebenen in die Betrachtung einbezogen werden. Das Proportionsverhältnis kommt im ersten sowie im letzten Moment dem ›Goldenen Schnitt‹ am nächsten. Die Dauer 1 kann in den acht Momenten zwischen 1/60 und 1/80 Minuten variieren, sie soll jedoch innerhalb einer bestimmten Ausführung konstant sein. Alle Abschnitte werden durch Pausen von unbestimmter Dauer oder durch kontrastierende, metrisch-rhythmisch determinierte tonale oder an die Tonalitätstradition erinnernde Einschübe voneinander getrennt.

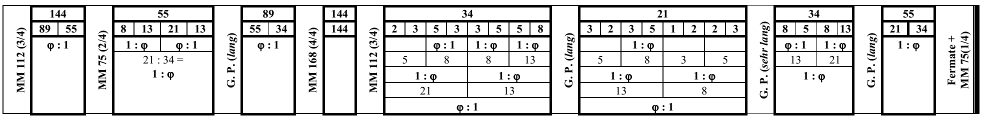

Abbildung 5: Das Schema der Dauernverhältnisse von Momenten in K. Stockhausens *Adieu* (1966)

Die Inspiration für dieses Musikstück fand der Komponist in der reinen Schlichtheit der Farbenflächen von Piet Mondrians Leinwänden und in ihrer proportionalen Vollkommenheit.[19]

Die Proportionierung nach der Fibonacci-Folge ist nicht allein auf die Dauern der formalen Abschnitte anwendbar. In *Quaestio temporis* op. 170 (1958/59) versuchte Ernst Křenek, die Tempoverhältnisse nach den Fibonacci-Zahlen zu bestimmen. Dies zeigt die Tatsache, dass alle in diesem Werk angeführten Metronomangaben den Gliedern der Fibonacci-Folge (multipliziert mit 10) entsprechen. Nach diesem Prinzip erhielt Křenek die atypische Reihe der Metronomangaben: 20, 30, 50, 80, 130 und 210. Es muss jedoch erwähnt werden,

kann er ein Zustand (statisch) oder ein Prozeß (dynamisch) oder eine Kombination von beiden sein.«

19 Stockhausen 1971, S. 92 f.

dass im besagten Werk nur zwei von den insgesamt elf aufeinanderfolgenden Formabschnitten im Verhältnis des ›Goldenen Schnitts‹ stehen. Der vierte (Viertel = 130) und der fünfte (Viertel = 210) Abschnitt sind durch einen sechsstimmigen Akkord exakt an der Stelle des ›minors‹ der Gesamtform miteinander verknüpft. Weitere Interdependenzen lassen sich zwischen der Dauer modularer Elemente[20] und den Intervallen zwischen aufeinanderfolgenden Tönen innerhalb der zugrundeliegenden Allintervallreihe[21] feststellen. Alle diese Elemente wurden als eine Funktion der Zeit gestaltet, wie der Komponist im Vorwort seiner Partitur selbst erläuterte:

> Quaestio temporis – eine Frage der Zeit. Mathematisch ausgedrückt ist die Struktur dieses Musikstücks:
>
> f(t) – eine Funktion der Zeit. Alles, was man hört, ist bestimmt durch genaue Messungen der Eintritte und Dauern der einzelnen Klangelemente, beruhend auf den Maßeinheiten, die sich aus den Intervallschritten der zugrundeliegenden Tonreihe und ihrer durch Rotation der Töne abgeleiteten Reihenformen ergeben. [...] In dieser Musik fragt die absolute Zeit, wie sie sich teilen muß, damit sie besteht. Die historische Zeit stellt Musik die Frage, wie sie beurteilen könne, was da vorgeht. Die Musik antwortet, daß es eine Frage der Zeit sei, bis man das, was sich hier mitteilen mag, versteht.[22]

20 Die Gesamtdauer des Stücks (16' 30") lässt sich laut Křenek (1960a, S. 230 f.) auf 66 Zeiteinheiten (je 15") verteilen. Diese Zeiteinheiten werden hier aufgrund ihrer kompositorischen Rolle ›Module‹ genannt (siehe auch Abbildung 6).

21 Die symmetrische Allintervallreihe wurde in den 1950er Jahren häufig verwendet (z. B. in diversen Werken Luigi Nonos, darunter *Il canto sospeso*). Die Frühgeschichte der Allintervallreihe setzt aber schon in den 1920er Jahren ein. Die Reihe, die Křenek in seiner *Quaestio temporis* verwendet, ist ebenfalls in den Stücken aus dieser Zeit zu finden. Es handelt sich um eine Ableitung der ersten Allintervallreihe in der Musikgeschichte (No. 1 von 176 Allintervallreihen nach Eimert 1964, S. 72), die erstmals in Fritz Kleins Op. 1 (1921) erschien (ebd., S. 39 f.) und mit der Křenek schon seit 1936 gearbeitet hat (ebd., S. 42). Die abgeleitete Reihe, die Křenek in *Quaestio temporis* verwendet, führt Herbert Eimert (ebd., S. 79) als No. 1027 auf.

22 Křenek 1960b, o. S.
In einem weiteren Text (1960a) erwähnt Křenek die Intervallfolge der Grundreihe dieses Stücks in aufsteigender Reihenfolge (3 8 5 10 11 6 1 2 7 4 9). Da aber der Komponist mit diesen Intervallen ohne Berücksichtigung der Oktavlage bzw. der Intervallrichtung manipuliert, hat sich die Verfasserin in der Abbildung 6 erlaubt, die gesamte Intervallfolge als Fibonacci-Zahlen zu interpretieren. (Diese Interdependenz zwischen der Intervallreihe und der Temporeihe, die laut Křenek 1960a durch Fibonacci-Zahlen determiniert wurde, lässt sich aus dem Vorwort der Partitur 1960b herleiten). Wie der Komponist auch selbst festgelegt hat, sind die von der Fibonacci-Folge bestimmten Geschwindigkeitsstufen (Tempi) in diesem Stück mit dem »musikalischen Arbeitsraum« bzw. mit den Proportionen der Grundreihe ausgeglichen. Vgl. Křenek 1960c, S. 416 f.

	Formabschnitte (Takt-Nr.)	1 - 6	7 - 71	72 – 81	82 – 162	163 - 304	305 - 334	335 - 339	340 - 349	350 - 358	359 - 371	372 - 490
psychische (historische) Zeit	**„Geschwindigkeits-zonen“ (Tempi, MM)** (Fibonacci-Zahlen × 10)	$\frac{1}{8} = 60$ ($\frac{1}{4} = 30$)	$\frac{1}{4} = 130$	$\frac{1}{8} = 60$ ($\frac{1}{4} = 30$)	$\frac{1}{4} = 130$	$\frac{1}{4} = 210$	$\frac{1}{4} = 80$	$\frac{1}{4} = 80$	$\frac{1}{4} = 80$	$\frac{1}{16} = 80$ ($\frac{1}{4} = 20$)	$\frac{1}{4} = 50$	$\frac{1}{4} = 210$
	Anzahl d. Takte × Taktart, „Korrektionstakt“	$5 \times \frac{4}{4}$, $1 \times \frac{5}{8}$	$65 \times \frac{4}{4}$	$9 \times \frac{4}{4}$, $1 \times \frac{3}{8}$	$80 \times \frac{4}{4}$, $1 \times \frac{5}{4}$	$141 \times \frac{4}{4}$, $1 \times \frac{7}{8}$	$30 \times \frac{4}{4}$	$5 \times \frac{4}{4}$	$10 \times \frac{4}{4}$	$8 \times \frac{4}{4}$, $1 \times \frac{3}{4}$	$12 \times \frac{4}{4}$, $1 \times \frac{2}{4}$	$118 \times \frac{4}{4}$, $1 \times \frac{1}{8}$
physikalische (absolute) Zeit	Minuten/Sekunden	45"	2'	1' 15"	2' 30"	2' 45"	1' 30"	15"	30"	1' 45"	1'	2' 15"
	Anzahl der Module (m = 15")	**3** m	**8** m	**5** m	**10** m	**11** m	**6** m	**1** m	**2** m	**7** m	**4** m	**9** m
Zwölftonreihe (Grundgestalt)	**Intervalle** (aufwärts) (in Halbtonschritten)	**k. 3 (3)**	**k. 6 (8)**	**r. 4 (5)**	**k. 7 (10)**	**g. 7 (11)**	**v. 5 (6)**	**k. 2 (1)**	**g. 2 (2)**	**r. 5 (7)**	**v. 4 (4)**	**g. 6 (9)**
												
	Intervalle reduziert auf Fibonacci-Zahlen	**3**	**8**	**5**	**2**	**1**	**(6)**	**1**	**2**	**5**	**8**	**3**

Abbildung 6: Schema der Anwesenheit der Fibonacci-Folgeglieder als Zeitdeterminanten in E. Křeneks *Quaestio temporis* op. 170 (1958/59)

Auf dem Höhepunkt seines seriellen Schaffens, in der *Sestina* op. 161 für Sopran und Instrumente (1957), wendet Křenek für die Determinante der Dauer betonter Silben in den Vokalstimmen eine modifizierte Fibonacci-Folge (1, 2, 3, 5, 7, 10) an.[23]

In seinem sieben Jahre später entstandenen Werk *Fibonacci Mobile* op. 187 für Streichquartett, Klavier zu vier Händen und Koordinator (1964) vertieft Křenek seine Studien über das Verhältnis zwischen dem vorgeordneten Tonmaterial und dem Zufall. Auch hier liegt die Fibonacci-Folge den Konturen der Gesamtform zu Grunde. Doch zugleich erlaubt der Komponist eine aleatorische Behandlung dieser zeitlich determinierten Elemente. Die Fibonacci-Folge ist auch hier ausschlaggebend für die Zeitgliederung, die Wahl der Tempi und der Intervallstruktur, und der ›Goldene Schnitt‹ bewirkt als Hauptdeterminante die Stimmigkeit der Form.

Die Fibonacci-Folge wird in der Musik des 20. Jahrhunderts auch als Mittel der rhythmischen Artikulation eingesetzt, und zwar vorzugsweise in Werken, in denen die traditionelle metrisch-rhythmische Symmetrie nur eine geringe oder

23 Křenek 1960a, S. 230.

überhaupt keine Rolle mehr spielt. Eine solche Komposition ist Stockhausens *Klavierstück IX* (1955–1961), in dem der Komponist einzelne Notenwerte mit den arithmetischen Werten der Fibonacci-Folge verbindet. Dabei werden die letzten Glieder nicht in ihrer ursprünglichen, steigenden, sondern in einer freien Reihenfolge exponiert, weshalb sie nur einen symbolischen Proportionswert haben.

Es kommt aber vor, dass Komponisten der Moderne die traditionelle Stabilität des Metrums nicht grundsätzlich ablehnen. In solchen Fällen kann die Inkommensurabilität der Folgenglieder zu erheblichen Schwierigkeiten führen.

Im Orchesterwerk *Metastaseis* (1953–1954) ist es Iannis Xenakis gelungen, ein idiosynkratisches System des übereinander gelagerten Polyrhythmus zu entwickeln, um sich dem ›Goldenen Schnitt‹ zu nähern. Die den Fibonacci-Zahlen entsprechenden Dauern generierte er durch das Subtrahieren von Notenwerten verschiedener Stimmen.[24] Die auf diese Weise gewonnenen Dauernwerte bezeichnete er als differentielle Dauern (»les durées différentielles«).[25] Mittels solcher Werte konnte Xenakis die erwünschten inkommensurablen Dauernwerte ausrechnen, ohne den festen Grund der Standardnotation zu verlassen.

Einige Jahre später nutzte Luigi Nono in seinem vokal-instrumentalen Zyklus *Il canto sospeso* die Inkommensurabilität auf eine ähnliche Weise. Im zweiten Satz dieser Kantate wandte er dieselbe Methode an wie Xenakis in seinen *Metastaseis*: die superponierte inkommensurable Teilung der Zählzeiteinheiten, doch dieses Mal ausschließlich im 2/4-Takt. Die Notenwerte von Nonos Reihengliedern entsprechen den Gliedern der Fibonacci-Folge, deren ungewöhnliche Dauernverhältnisse sich an manchen Stellen der ›Goldenen Proportion‹ nähern. Diese Reihen unterschiedlicher Notenwerte ›wandern‹ durch die Chorstimmen – von 13 bis 1 und zurück von 1 bis 13 in einer krebsartigen Bewegung.

Verallgemeinernd lässt sich festhalten, dass die Glieder der Fibonacci-Folge hauptsächlich in Einleitungs- und Schlussabschnitten angewandt werden. Denn dadurch kommen ihre mathematischen Eigenschaften – Proportionalität und Additivität – am besten zur Geltung. Nach diesem Prinzip ist beispielsweise die Kadenz von Stockhausens 1976 entstandenem Phantasiestück für Soloklarinette *Die Schmetterlinge spielen* (aus dem Zyklus *Amour*) aufgebaut sowie die Werke *Zyia* (1952) und *Khoaï* (1976) von Xenakis. Dessen *Metastaseis* sind das bekannteste Beispiel für eine musikalische Form, deren rahmende Abschnitte auf der Basis der Fibonacci-Zahlen proportioniert wurden. Im Unterschied zu den vori-

24 Siehe Barthel-Calvet 2003, S. 142 f.

25 Ebd., S. 186. Diese Publikation enthält auf den Seiten 162–187 eine »MÉTASTASSIS-Analyse« des Komponisten.

gen Beispielen wird in den *Metastaseis* die musikalische Zeit als eine kontinuierliche Größe behandelt. Die Dauern benachbarter Formabschnitte in Sekunden entsprechen den Werten aufeinanderfolgender Fibonacci-Folgenglieder[26] und tendieren somit zum ›Goldenen Schnitt‹.

Schon seit einem halben Jahrhundert beeinflusst dieses Xenakis'sche Werk das Schaffen unterschiedlicher Musiker, unter anderem auch der mittleren Generation kroatischer Komponisten, die bevorzugt mit Fibonacci-Zahlen arbeitet. So findet man beispielweise ein ähnliches Prinzip im Ballett *Chronostasis* (2003), das Vjekoslav Nježić für Streicher und Elektronik komponierte. Schon der Titel deutet darauf hin, dass bei diesem Musikstück Xenakis' Werk Pate stand. Zu Beginn alternieren verschiedene Streichergruppen in Zeitabschnitten, deren Dauer durch die absteigende Fibonacci-Folge determiniert ist, und die sich sukzessiv von der ursprünglichen vollkommenen Konsonanz (Unisono in den ersten Takten des Stücks) und dem ›Goldenen Verhältnis‹ (Dauern der Zeitabschnitte im Verhältnis 21:13) entfernt. Gegen Ende des Stücks vollzieht sich derselbe Prozess krebsgängig: während sich das Orchester erneut dem Ideal der Konsonanz und dem ›Goldenen Schnitt‹ nähert, spielt die Solovioline ihren improvisatorischen Monolog.

Das Potential des ›Goldenen Schnitts‹ und der damit verbundenen Fibonacci-Folge erschöpft sich keineswegs in den aufgezeigten Anwendungsverfahren. Die zunehmende Zahl von Kompositionslehrbüchern und Studien, die den ›Goldenen Schnitt‹ und die Fibonacci-Folge zum Gegenstand haben,[27] zeugen zweifellos von der Aktualität dieses Themas, in dem sich die wesentlichsten Änderungen der Einstellung gegenüber der musikalischen Zeit in den vergangenen hundert Jahren klar widerspiegeln.

Literatur

Atlas, Allan W., »Gematria, Marriage Numbers, and Golden Sections in Dufay's ›Resvellies vous‹«, in: *Acta Musicologica* 59 (1987), S. 111–126.

Barthel-Calvet, Anne-Sylvie, »MÉTASTASSIS-Analyse: Un texte inédit de Iannis Xenakis sur Metastasis«, in: *Revue de Musicologie* 89 (2003), S. 129–187.

Cook, Theodore Andrea, *The Curves of Life*, London 1914.

26 In den Takten 1–55 sind die Zeitabschnitte beispielsweise so gegliedert, dass die in Sekunden bemessenen Längen benachbarter Formabschnitte im Verhältnis 34:21 bzw. 21:8 stehen.

27 Vgl. u. a. Roads 1996, Taube 2004, Wilkins 2006, Cunningham 2007.

Cunningham, Michael G., *Technique for Composers*, Bloomington, IN 2007.

Eimert, Herbert, *Grundlagen der musikalischen Reihentechnik*, Wien 1964.

Ernest, Gustav, »Some Aspects of Beethoven's Instrumental Forms«, in: *Proceedings of the Musical Association,* 29th Sess. (1902/03), S. 73–98.

Hambidge, Jay, *Dynamic Symmetry: The Greek Vase*, New Haven, CT 1920.

Kiš Žuvela, Sanja, *Zlatni rez i Fibonaccijev niz u glazbi 20. stoljeća*, Zagreb 2011.

Křenek, Ernst, »Extents and Limits of Serial Techniques«, in: *The Musical Quarterly* 46 (1960), S. 210–232 [= Křenek 1960a].

Křenek, Ernst, *Quaestio temporis* [Studienpartitur. Vorwort], Kassel 1960 [= Křenek 1960b].

Křenek, Ernst, »Quaestio temporis«, in: *Musica* 14 (1960), S. 415–419 [= Křenek 1960c].

Larson, Paul, »The Golden Section in the Earliest Notated Western Music«, in: *Fibonacci Quarterly* 16 (1978), S. 513 ff.

Le Corbusier (Charles Edouard Jeanneret), *Le Modulor. Essai sur une mesure harmonique à l'échelle humaine applicable universellement à l'architecture et à la mécanique*, Paris 1950.

Lendvai, Ernő, *The Workshop of Bartók and Kodály*, Budapest 1983.

Markowsky, George, »Misconceptions about the Golden Ratio«, in: *The College Mathematics Journal* 23 (1992), S. 2–19.

Naumann, Emil, *Die Tonkunst in der Kulturgeschichte. Erster Band: Die Tonkunst in ihren Beziehungen zu den Formen und Entwickelungsgesetzen alles Geisteslebens*, Berlin 1869.

Powell, Newman W., »Fibonacci and the Gold Mean: Rabbits, Rumbas, and Rondeaux«, in: *Journal of Music Theory* 23 (1979), S. 227–273.

Putz, John F., »The Golden Section and the Piano Sonatas of Mozart«, in: *Mathematics Magazine* 68 (1995), S. 275–282.

Reynolds, Christopher, »Musical Evidence of Compositional Planning in the Renaissance: Josquin's ›Plus nulz regretz‹«, in: *Journal of the American Musicological Society* 40 (1987), S. 53–81.

Roads, Curtis, *The Computer Music Tutorial*, Cambridge, MA 1996.

Somfai, László, *Béla Bartók: Composition, Concepts and Autograph Sources*, Berkeley, CA 1996.

Stockhausen, Karlheinz, »Momentform«, in: *Karlheinz Stockhausen: Aufsätze 1952–1962 zur Theorie des Komponierens*, hg. von Dieter Schnebel, Köln 1963, S. 189–210.

Stockhausen, Karlheinz, »ADIEU«, in: *Karlheinz Stockhausen: Texte zur Musik 1963–1970*, hg. von Dieter Schnebel, Köln 1971, S. 92–95.

Taube, Heinrich K., *Notes from the Metalevel: Introduction to Algorithmic Music Composition*, London u. New York 2004.

Thompson, D'Arcy Wentworth, *On Growth and Form*, Cambridge 1917.

Webster, J. H. Douglas, »Golden-Mean Form in Music«, in: *Music & Letters* 31 (1950), S. 238–248.

Wilkins, Margaret Lucy, *Creative Music Composition*, New York 2006.

Wittkover, Rudolf, *Architectural Principles in the Age of Humanism*, London 1949.

Zeising, Adolf, *Neue Lehre von den Proportionen des menschlichen Körpers,* Leipzig 1854.

Muzička akademija Zagreb [Academy of Music Zagreb]

Žuvela, Sanja Kiš (2020), »Der ›Goldene Schnitt‹ und die Fibonacci-Folge als Zeitgliederungsmuster in der Musik des 20. Jahrhunderts« [The 'Golden Section' and the Fibonacci Sequence as Time-Division Pattern in 20th Century Music], in: *Gegliederte Zeit. 15. Jahreskongress der Gesellschaft für Musiktheorie Berlin 2015* (GMTH Proceedings 2015), hg. von Marcus Aydintan, Florian Edler, Roger Graybill und Laura Krämer, Hildesheim, Zürich, New York: Olms Verlag, 185–196.
https://doi.org/10.31751/p.182

SCHLAGWORTE/KEYWORDS: 20. Jahrhundert; 20th century; articulation; Fibonacci Sequence; Fibonacci-Folge; Gliederung; Golden Section; Goldener Schnitt; intervallic structure; Intervallstruktur; time; Zeit

eingereicht / submitted: 20/07/2018

angenommen / accepted: 20/07/2020

veröffentlicht (Druckausgabe) / first published (printed edition): 28/09/2020

veröffentlicht (Onlineausgabe) / first published (online edition): 04/12/2022

zuletzt geändert / last updated: 27/11/2022