

GMTH Proceedings 2001  
herausgegeben von  
Florian Edler und Immanuel Ott

# Musiktheorie zwischen Historie und Systematik

1. Kongreß der  
Deutschen Gesellschaft für Musiktheorie  
Dresden 2001

herausgegeben von  
Ludwig Holtmeier, Michael Polth  
und Felix Diergarten

Druckfassung: Wißner-Verlag, Augsburg 2004  
(ISBN 3-89639-386-3)



Dieser Text erscheint im Open Access und ist lizenziert unter einer  
Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.

This is an open access article licensed under a  
Creative Commons Attribution 4.0 International License.

# Thesen zu einer »Lehre von den Tonapperzeptionen«

VON THOMAS NOLL

## 1. Motivation

Die vorliegenden Untersuchungen zur »Apperzeption« sind ein Wiederbelebungsversuch an einem Begriff, der seit seiner Einführung durch Leibniz und seit seiner wichtigen Rolle im philosophisch-psychologischen Diskurs des neunzehnten Jahrhunderts heute nur noch ein Schattendasein fristet. Zu den Motivationen des in seinen Bedeutungen schwankenden Begriffs gehört die Betonung eines Zusammenhangs zwischen der Erfassung von Vorstellungsinhalten und der willentlichen Steuerung der (selbstbewußten) Aufmerksamkeit. Zur Motivation des spezifischen Forschungsinteresses an der Apperzeption von Tönen, welches diese Untersuchungen leitet, und insbesondere zur Motivation der dabei vorgenommenen Beschränkung des Gegenstandsbereiches lassen sich eine Reihe von Argumenten aus Hugo Riemanns programmatischer Schrift *Ideen zu einer »Lehre von den Tonvorstellungen«*<sup>1</sup> von 1914 heranziehen. Da Hugo Riemann das Vorstellen der Tonbewegungen als ein »wirkliches Mitmachen derselben mit dem Willen« charakterisiert, muß ein Versuch, seine Ideen umzusetzen, folgerichtig in den Kontext einer Apperzeptionstheorie münden. Wie die Argumentation dieser Thesen zeigt, ist die mathematische Formulierung eines von Wilhelm Wundt (1874–1893) vorgeschlagenen Apperzeptionsgesetzes geeignet, um offene Fragen der Musiktheorie in ein neues Licht zu rücken, oder umgekehrt.

## 2. Erfüllungsbedingungen von Hugo Riemanns *Ideen*

Ausgehend von einer kritischen Bilanz der damaligen Resultate der Tonpsychologie plädiert Riemann für einen Ansatz, welcher die aktive musikalische Geistestätigkeit ins Zentrum der Untersuchungen rückt. Ganz im Sinne dieses Vorschlages werden im hier vorgelegten Entwurf einer Theorie der Tonapperzeption weder akustische noch psychoakustische Beschreibungsebenen berücksichtigt. Riemanns Erwartung, daß die von ihm zunächst nur postulierte – aber nicht ausgearbeitete – Lehre »den Schlüssel zum innersten Wesen der Musik« bereitstellen wird, gilt es allerdings in zweierlei Hinsicht zu relativieren. Angesichts der stark eingeschränkten Perspektive auf nur wenige musiktheoretische Fragen, die hier eingenommen wird, muß man erstens davon ausgehen, daß viele wesentliche Aspekte von Musik überhaupt nicht berührt werden, abgesehen davon, daß selbst der Begriff der *Musik* nicht Gegenstand der Untersuchungen ist. Wenn aber diese Untersuchungen zu einem Erfolg führen in dem Sinne,

---

1 Hugo Riemann, *Ideen zu einer »Lehre von den Tonvorstellungen«*, Jahrbuch der Musikbibliothek Peters 21/22, Leipzig 1914/15, S. 1–26.

daß man in den wenigen betrachteten Gegenständen aufschlußreiche Zusammenhänge findet, muß man zweitens von der Möglichkeit ausgehen, daß jene Zusammenhänge gar nicht genuin musikalische sind. Man weiß dann lediglich, daß sie durch die Beschäftigung mit der aktiven musikalischen Geistestätigkeit zutage getreten sind. Kompensiert wird diese Unsicherheit über den Gegenstand durch eine sehr konkrete Erfüllungsbedingung, die Riemann seiner Lehre auferlegt. Eine zufriedenstellende Behandlung der Probleme der Enharmonizität soll die Widersprüche zwischen den Ergebnissen der Tonpsychologie und den praktischen Erfahrungen der Musiker lösen und erklären. Angesichts der Ungereimtheiten, die Riemanns eigene Argumentationen zu diesen Problemen hinterlassen, bleiben sie eine aktuelle Herausforderung.

### 3. Wilhelm Wundts Apperzeptionsbegriff

Wilhelm Wundts vielschichtige Untersuchungen zur Apperzeption schließen zwei Aspekte ein, deren Verbindung in These 6 konkretisiert wird. Im zweiten Band seiner *Grundzüge der physiologischen Psychologie*<sup>2</sup> beschreibt Wundt das Apperzipieren von Vorstellungen als deren Eintreten in den Blickpunkt der Aufmerksamkeit und unterscheidet dabei zwischen aktiver und passiver Apperzeption, je nachdem, ob die Aufmerksamkeit eine Vorstellung aufsucht oder ob eine Vorstellung sich Aufmerksamkeit erheischt. Im ersten Band desselben Werkes schlägt Wundt eine psychologische Interpretation des Weber-Fechnerschen Gesetzes vor, die er als Spezialfall eines allgemeinen Apperzeptionsgesetzes charakterisiert. Danach besitzen wir in unserem Bewußtsein kein absolutes, sondern nur ein relatives Maß für die in ihm vorhandenen Zustände. Wundt argumentiert zugunsten einer systematischen Abhängigkeit der Merklighkeitsgrade  $M$  von Empfindungen und deren Intensitäten  $E$  und zieht dabei u. a. eine Beziehung

$$M = Const \cdot \log(E)$$

nach Art des Weber-Fechnerschen Gesetzes in Betracht. Offen bleibt neben der empirischen Verifikation dieser Annahme auch die Frage, wie ihre Verallgemeinerung auf die Apperzeption von Vorstellungen zu formulieren wäre. Die folgenden Thesen dienen daher dazu, die hier genannten Anleihen bei Wundt in ein idealisierendes Apperzeptionsmodell zu überführen.

### 4. Idealisierung im Modellansatz

Eine nützliche Idealisierung besteht darin, die Betrachtungen auf einen geschlossenen und homogenen – unter Apperzeption unveränderlichen – Grundraum von Vorstellungen zu beschränken, der damit den Grundkonfigurationsraum des Apperzeptionsmodells bildet. Apperzeptionsprozesse werden darin als diskrete Pfade beschrieben. Aus der Umsetzung des Wundtschen Apperzeptionsbegriffs im Modell ergibt sich eine

---

2 Wilhelm Wundt, *Grundzüge der physiologischen Psychologie*, Leipzig 1893<sup>4</sup>.

zweimalige Verdoppelung der Dimensionenzahl dieses Grundraumes (siehe These 5 und 6).

Dies ändert jedoch nichts an der Geschlossenheit und Homogenität dieses Modells. Deshalb ist hier anzumerken, daß für viele Autoren der Apperzeptionsbegriff gerade die Wandlungen mit einschließt, die dem Geist mit jedem einzelnen Apperzeptionsakt widerfahren. Folglich können Prozesse individueller Habitation durch eine solche Idealisierung nicht erfaßt werden. Ob die Idealisierung dennoch einen Erkenntnisgewinn über das Wesen von Geistestätigkeit erlaubt, muß anhand der konkreten Befunde diskutiert werden. Die modellhafte Setzung eines Apperzeptionsraumes ist jedenfalls nicht zu verwechseln mit einem apriorischen Prinzip der transzendentalen Apperzeption, wie es Kant postuliert. Wollte man Herbarts Begriff der »apperzeptiven Massen« als eine Metapher ansehen, so könnte man die anvisierte Idealisierung eher mit einem Vakuum-Modell vergleichen, welches man studiert, ehe man sich an die schwierigere Aufgabe macht, einen Raum mit veränderlichen Masseverteilungen zu untersuchen. Anstelle einer »tabula rasa«, die den Anfang willkürlicher Habitationsprozesse markiert, tritt die Idee des homogenen Raumes als einer möglichen Approximation eines veränderlichen und inhomogenen Vorstellungsraumes, aus der man trotz Idealisierung aufschlußreiche Strukturaussagen zu gewinnen trachtet.

## 5. Der Vorstellungsraum als Mannigfaltigkeit

Die Idee, daß die Beziehungen von Vorstellungen untereinander die Struktur eines Raumes ergeben können, ist bereits von Johann Friedrich Herbart geäußert worden und man kann seine Motivation der »Reihenform« eher als eine Verallgemeinerung des Raumbegriffes deuten denn als Raummetapher. Bernhard Riemann war seinerseits maßgeblich durch die kritische Beschäftigung mit der Psychologie Herbarts inspiriert worden, als er den Begriff der »Mannigfaltigkeit« in die Geometrie einführte.<sup>3</sup> Mannigfaltigkeiten sind globale geometrische Strukturen, die durch geeignete Kollektionen (Atlanten) lokaler miteinander verträglicher Bestimmungen (Karten) gegeben sind. Ihre zentrale Rolle in der modernen Mathematik und Physik mag dazu geführt haben, daß man heute den ideengeschichtlichen Anteil der Geisteswissenschaften an ihrer Hervorbringung zu vergessen geneigt ist. Riemanns Erwartungen hinsichtlich einer erfolgreichen Anwendbarkeit des Mannigfaltigkeitsbegriffs im Rahmen einer spekulativen Naturphilosophie schlossen jedenfalls die Untersuchungen des Geistes mit ein.

Unter der Bezeichnung »globale Komposition« führte Guerino Mazzola den Mannigfaltigkeitsbegriff in die Mathematische Musiktheorie ein<sup>4</sup> und zielte dabei auf die Untersuchung komplexer syntaktischer Strukturen ab. Dabei betonte er als wichtigen Unterschied zur reinen Geometrie, wo man Mannigfaltigkeiten als Äquivalenz-

---

3 Vgl. Erhard Scholz, *Bernhard Riemanns Auseinandersetzung mit der Herbart'schen Philosophie*, in: Andreas Hoeschen/Lothar Schneider (Hg.), *Herbarts Kultursystem. Perspektiven der Transdisziplinarität im 19. Jahrhundert*, Würzburg 2001, S. 163–183.

4 Guerino Mazzola, *Gruppen und Kategorien in der Musik*, Berlin 1985; ders., *The Topos of Music*, Basel 2002.

klassen von Atlanten definiert, daß die spezifische Wahl der Atlanten für die musiktheoretische Bedeutung relevant sei. Zu einer ähnlichen Konsequenz gelangt man bei der Übertragung des Wundtschen Apperzeptionsbegriffs ins Modell. Dann nämlich liegt es nahe, das Blickfeld der Aufmerksamkeit als ein lokales Bezugssystem (eine Karte) zu beschreiben und den Blickpunkt als deren Koordinatenursprung. Fred Lerdahls<sup>5</sup> Beschreibung des Raumes tonaler Regionen folgt ebenfalls dieser Idee. Das Phänomen der Umdeutung besteht gerade im Umrechnen der Koordinaten eines Punktes in bezug auf einen Wechsel des Bezugssystems.

Die Homogenitätsvoraussetzung erlaubt es, den ganzen Vorstellungsraum mit Kopien eines ausgewählten Bezugssystems auszustatten und dies wiederum erlaubt es, den Raum der möglichen Aufmerksamkeitseinstellungen wie eine Kopie des Grundraumes zu handhaben. Daraus wiederum ergibt sich eine Verdoppelung in der Anzahl der Dimensionen. Die Apperzeption einer Vorstellung besteht darin, ihr im lokalen Bezugssystem einer Aufmerksamkeitseinstellung präzise Koordinaten zuzuweisen. Wundts Apperzeptionsbegriff wird also dahingehend geweitet, daß auch »scharfe Perzeptionen« in der Umgebung des Blickpunktes der Aufmerksamkeit als Apperzeptionen behandelt werden. Diese Koordinaten-Zuweisungen erfolgen durch Akte ihres Aufsuchens relativ zu bereits erreichten Koordinaten im selben oder einem anderen Bezugssystem.

Um die *aktive* Natur der Apperzeption im Modell zu erfassen, eignet sich die mathematische Struktur einer *Lie-Gruppe*. Darunter versteht man eine (differenzierbare) Mannigfaltigkeit, deren Punkte zugleich als Operationen betrachtet werden können, welche untereinander eine Gruppe bilden und welche mit der differenzierbaren Struktur der Mannigfaltigkeit verträglich sind. Insbesondere kann man die Gruppenoperation benutzen, um ein zentrales Bezugssystem beim neutralen Element der Gruppe zu jedem anderen Punkt zu verschieben.

Sowohl der Vorstellungsraum als auch der Apperzeptionsraum (doppelter Dimensionenzahl) werden als Lie-Gruppen beschrieben. Die Argumentation zur Tonapperzeption zielt darauf ab, daß die Untersuchung von *Vorstellungsakten* im Vorstellungsraum noch nicht die musiktheoretisch interessanten Phänomene beleuchtet, sondern erst die Untersuchung von *Apperzeptionsakten* im Apperzeptionsraum.

Dieser Übergang wird in These 8 expliziert. Die nun folgende mathematische Behandlung der *Merklichkeit* betrifft Vorstellungsakte und Apperzeptionsakte gleichermaßen. Bei letzteren muß neben der Merklichkeit eines Wechsels der Vorstellung auch die Merklichkeit eines Wechsels derselben in bezug auf die Aufmerksamkeit berücksichtigt werden.

## 6. Aktuelle und virtuelle Apperzeption

Wundts Unterscheidung zwischen Empfindungen einerseits und ihren Merklichkeitsgraden andererseits soll in sinnvoller Weise auf apperzeptive Akte und deren Merk-

---

5 Fred Lerdahl, *Tonal Pitch Space*, Oxford 2001.

lichkeit übertragen werden in der Absicht, dabei das von Wundt postulierte »Apperzeptionsgesetz« als geeignete Verallgemeinerung des Weber-Fechnerschen Gesetzes zu formulieren.

Durch die differenzierbare Struktur ist es möglich, neben den Elementen (Punkten) der (Vorstellungs- bzw.) Apperzeptionsgruppe auch Tangentialvektoren in die Betrachtung einzubeziehen, die eine Deutung als Merklchkeitsvektoren nahelegen. Der Übergang von einer *Lie-Gruppe* zu ihrem *Tangentialbündel*, welches sämtliche Tangentialvektoren an alle Punkte zu einem neuen Raum doppelter Dimension formiert, läßt sich dank der Gruppenstruktur auf die nähere Untersuchung eines einzigen Tangentialraumes zurückführen: des Tangentialraumes am neutralen Element. Diesen ausgezeichneten Tangentialraum nennt man die »Lie-Algebra«. Die verschiedenen Operationen von Lie-Gruppe und Lie-Algebra erlauben eine mathematische Fassung der obengenannten Unterscheidung bei Wundt. Unter »aktueller Apperzeption« verstehen wir im Modell die Gruppenaktion der Lie-Gruppe auf sich selbst. Diese Operation erlaubt es, die Abfolge von Apperzeptionsakten rechnerisch zu erfassen. Dagegen ist virtuelle Apperzeption gegeben durch die Addition von Merklchkeitsvektoren, d. h. von Elementen der Lie-Algebra. Diese Operation erlaubt es, die Akkumulation von Merklchkeitsvektoren zu bilanzieren. Das von Wundt geforderte Apperzeptionsgesetz soll einen Zusammenhang zwischen aktueller und virtueller Apperzeption beschreiben. Das Weber-Fechnersche Gesetz  $M = Const \cdot \log(E)$  in Wundts Interpretation beinhaltet zwei Aspekte. Erstens beschreibt es eine Korrespondenz zwischen Empfindungsintensitäten und ihren Merklchkeitsgraden. Zweitens ergibt sich aus der Funktionalgleichung des Logarithmus (oder seiner Umkehrfunktion, der Exponentialfunktion), daß der Abfolge zweier Intensivierungsakte als Merklchkeitsbilanz gerade die Summe der zugehörigen Merklchkeitsgrade entspricht. Aktuelle und virtuelle Apperzeption sind danach völlig kompatibel.

In der Lie-Theorie bietet sich eine naheliegende Übertragung dieser Idee an. Die Exponential-Abbildung der Lie-Theorie ordnet jedem Element  $v$  der Lie-Algebra ein Element  $exp(v)$  der Lie-Gruppe zu. Dies gibt Anlaß zu der Apperzeptionsformel

$$App(X, v) = X \cdot exp(v)$$

mit folgender Interpretation: Wenn sich ein Apperzeptionsprozeß im Zustand  $X$  befindet, dann ist ein Apperzeptionsakt mit dem Merklchkeitsvektor  $v$  gegeben durch die Multiplikation von  $X$  mit dem Exponential  $exp(v)$ . An die Stelle der Funktionalgleichung

$$exp(v + w) = exp(v) \cdot exp(w)$$

tritt im Falle nicht-kommutativer Lie-Gruppen die sogenannte »Campbell-Baker-Hausdorff-Formel«, die dann als hypothetisches Apperzeptionsgesetz zu gelten hat. Einen vielversprechenden Weg, die Plausibilität dieses Ansatzes zu prüfen, bieten die Effekte der Nichtkompatibilität von aktueller und virtueller Apperzeption. In den Thesen 10 und 11 wird gezeigt, daß die Effekte der Enharmonizität, welche Hugo

Riemann zum Prüfstein seiner Lehre erhoben hatte, gerade als derartige Effekte erklärt werden können.

David Lewins in der nordamerikanischen Musiktheorie vielbeachtete *Theorie der verallgemeinerten Intervalle und Transformationen*<sup>6</sup> weist einen engen Bezug zur Unterscheidung zwischen aktueller und virtueller Apperzeption auf. Lewin verbindet die Betrachtung verallgemeinerter Intervalle in einem musikalischen Raum mit einer Distanzmessung, dagegen die Rolle von Transformationen dieses Raumes mit Bewegungen oder ›Gesten‹, die ein Subjekt in diesem Raum ausführt. Im vorgestellten Ansatz wird argumentiert, daß das Lie-Gruppen-Modell im nichtkommutativen Fall Lewins Intentionen möglicherweise besser gerecht wird als dessen GIS-Modell (Generalized Intervall System), welches nämlich Intervallgruppe und Transformationengruppe als (anti-)isomorph beschreibt.

## 7. Der Grundraum der Tonvorstellungen

Für die Untersuchung der Tonapperzeption lassen wir uns von einer zentralen Dichotomie der abendländischen Musiktheorie leiten, welche zwei Typen von Tonbeziehungen einander gegenüberstellt: Nachbarschaft und Verwandtschaft. Die Aufstellung eines zweidimensionalen Modells beginnt zweckmäßig mit der Angabe eines Raumes von Merklichkeitsvektoren, d. h. mit der virtuellen Seite der Tonvorstellungen. Als elementare Merklichkeitseinheiten der Ton-Nachbarschaft bzw. Ton-Verwandtschaft werden das Halbtonintervall bzw. die Quinte gewählt. Viele Autoren erkennen der Quintverwandtschaft eine fundamentale Rolle bei der Konstitution von Tonbeziehungen zu. Im vorliegenden Ansatz wird deshalb darauf verzichtet, daneben die Terzverwandtschaft als konstitutive Tonbeziehung in Betracht ziehen, gleichwohl man Hugo Riemanns Auffassung nach so verfahren müßte.

Zur mathematischen Beschreibung von Merklichkeitsvektoren, die aus Halbton- und Quintbeziehungen zusammengesetzt sind, dient das Gitter der halbganzen komplexen Zahlen:

$$\{a + b \cdot i \mid a, b \in \frac{1}{2}\mathbb{Z}\}$$

Dabei entspricht jeweils dem Realteil  $a$  der Nachbarschaftsanteil und dem Imaginärteil  $b \cdot i$  der Verwandtschaftsanteil eines Merklichkeitsvektors  $a + b \cdot i$ . Die Quinten werden dabei abstrakt gedacht, d. h. von einer Oktavlage wird abstrahiert. Dennoch entsprechen der Ganzton-Nachbarschaft und der Quintverwandtschaft zweiten Grades zwei verschiedene Merklichkeitsvektoren: der *reelle* Ganztonvektor  $1$  und der *imaginäre* Ganztonvektor  $i$ . Als musiktheoretische Rechtfertigung für diese Unterscheidung zweier Ganztonbeziehungen kann etwa die Problematik des »konsonanten Durchgangstons«<sup>7</sup> angeführt werden.

6 David Lewin, *Generalized Musical Intervals and Transformations*, New Haven (Yale University Press) 1987.

7 Heinrich Schenker, *Der Freie Satz*, Wien 1935, §§ 168–170.

Um der Apperzeptionsformel gemäß den Übergang von der virtuellen zur aktuellen Beschreibungsebene vorzunehmen, verwendet man die Exponentialabbildung der komplexen Zahlen:

$$\exp : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^*$$

Sie überführt dieses additive Gitter der Merklchkeitsvektoren in eine diskrete multiplikative Gruppe von Vorstellungsakten. Da sie kommutativ ist, lassen sich allerdings keine interessanten Effekte einer Diskrepanz zwischen aktueller und virtueller Apperzeption beschreiben.

## 8. Das Dialogprinzip

Die Aufstellung des vierdimensionalen Raumes der Tonapperzeption aus dem zweidimensionalen Raum der Tonvorstellungen beginnt ebenfalls mit der Definition von Merklchkeitsvektoren. Durch die Wahl des diskreten Raumes *muß* für jeden Halbton- bzw. Quintvektor entschieden werden, ob es sich dabei um einen Wechsel der Vorstellung innerhalb einer Aufmerksamkeitseinstellung oder aber um eine Halbton- bzw. Quintverschiebung des Blickpunktes der Aufmerksamkeit handelt. Im ersten Fall sprechen wir von »Schritten« und im zweiten Fall von »Alterationen«.

Der in der Musiktheorie wichtige Begriff der ›Stufe‹ legt es nahe, die virtuelle Tonapperzeption am metaphorischen Bild einer Rolltreppe zu erläutern. Die äußeren Höhenniveaus einer solchen (unendlichen) Rolltreppe stehen für Merklchkeitsvektoren von Tonvorstellungen (die Treppe kann gleichsam in reelle Halbton-Richtung oder imaginäre Quint-Richtung gedacht werden). Die ganzen Zahlen seien sowohl innen als Stufennummern als auch außen als Höhenniveaus abgetragen. Elementare Schritte im Sinne des Modells sind dann auch anschaulich Schritte nach oben oder unten auf der unbewegten Rolltreppe. Ihre Merklchkeit wird als Änderung der Stufennummer gemessen. Elementare Alterationen der Aufmerksamkeit entsprechen anschaulich einer Hebung oder Senkung um ein Höhenniveau nach oben oder unten durch Bewegung der Treppe. Die Merklchkeit dieser Änderung im Blickpunkt der Aufmerksamkeit wird an demjenigen äußeren Niveau gemessen, auf dessen Höhe jeweils die Stufe mit der Nummer 0 steht.

Die Wundtsche Unterscheidung zwischen aktiver und passiver Apperzeption läßt sich verallgemeinern zum Dialogprinzip der Apperzeption, welches besagt, daß sich der Merklchkeitsvektor einer Apperzeption aus Schritten und Alterationen zusammensetzen kann. Ihre Summe ergibt den Merklchkeitsvektor des unterliegenden Vorstellungsaktes, die wir den »Apperzeptionsgrund« nennen. Ihre Differenz ist im engeren Sinne das Ergebnis des apperzeptiven Dialogs und wird deshalb »Apperzeptionsentscheidung« genannt. Zu den zwei Grunddimensionen der Tonapperzeption kommen zwei korrespondierende Entscheidungsdimensionen, die dem Modell als externe Parameter hinzugefügt werden. Im Falle des eindimensionalen Grundraumes (der Rolltreppe) ergibt sich folgendes Bild für den Raum der Merklchkeitsvektoren:

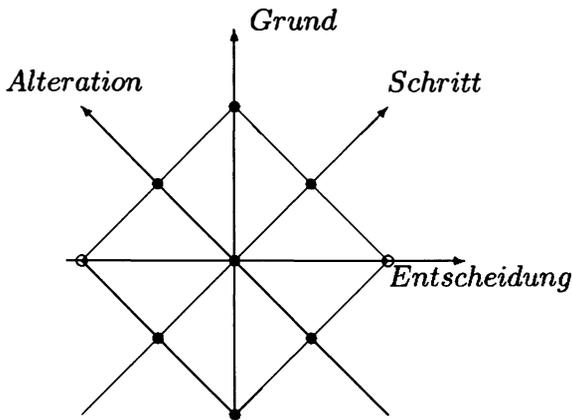


Abbildung 1: Zweidimensionaler virtueller Apperzeptionsraum zu einem eindimensionalen virtuellen Vorstellungsraum

## 9. Das Ökonomieprinzip

Eine Apperzeption, die eine reine Entscheidung darstellt, d. h. deren Merklichkeitsvektor verschwindende Grundkoordinaten besitzt, bedeutet eine Umdeutung ein und derselben Vorstellung in bezug auf zwei verschiedene Einstellungen der Aufmerksamkeit. Wir postulieren ein Ökonomieprinzip der Apperzeption, welches solche reinen Entscheidungen ausschließt. In der Rolltreppen-Metapher wird damit ausgeschlossen, daß ein Verweilen auf demselben Höhenniveau erlebt wird als eine Senkung der Treppe bei gleichzeitiger Kompensation durch einen Schritt nach oben. Damit soll keinesfalls das musikalisch wichtige Phänomen der Umdeutung gelegnet werden. Allerdings wird damit in Frage gestellt, daß Umdeutungen unvermittelt stattfinden können.

Allgemeiner darf nach dem Ökonomieprinzip der Entscheidungsanteil eines Merklichkeitsvektors den Grundanteil nie übersteigen. Diese An-Isotropie im Raum der Merklichkeitsvektoren läßt sich vorteilhaft mittels einer pseudo-euklidischen Norm der Signatur  $(n, -n)$  ausdrücken, wobei  $n$  die Anzahl der Grunddimensionen bezeichnet. Im Fall  $n = 1$  ergibt sich dabei eine Minkowski-Geometrie. Im Fall  $n = 2$  ergibt sich ein Raum, der in der Literatur als »Artin Four-Space« bezeichnet wird.<sup>8</sup> Die zugehörige pseudo-euklidischen Norm heißt im Fall der virtuellen Tonapperzeption die »dia-syntonische« Norm.

Die Merklichkeitsvektoren der Tonapperzeption können vorteilhaft als  $2 \times 2$ -Matrizen der Form

<sup>8</sup> Vgl. Robert Goldblatt, *Orthogonality and Spacetime Geometry*, New York 1987.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Halbtöne} & \text{Quintstufen} \\ -\text{Quintalterationen} & \text{Halbtöne} \end{pmatrix}$$

mit ganzzahligen Koeffizienten geschrieben werden und ergeben damit ein diskretes Gitter in der Lie-Algebra

$$gl_2(\mathbb{R})$$

aller reellen  $2 \times 2$ -Matrizen. Die diasyntonische Norm eines Merkmalsvektors ist gegeben durch die *Determinante* der zugehörigen Matrix:

$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$$

Im virtuellen Apperzeptionsraum sind damit die Koordinaten aller Merkmalsvektoren ganzzahlig, d. h. auch die der Halbton- und Quintapperzeptionen. Dagegen sind im virtuellen Vorstellungsraum erst die Ganztöne ganzzahlig und die Alterationen und Schritte erweisen sich jeweils als ›halbe‹ Vorstellungen, wenn die Entscheidungsordinate verschwindet. Diese ungleiche Teilung des reellen Ganztons in chromatische Alteration und Halbtonschritt entspricht sowohl der Notationspraxis als auch der musiktheoretischen Charakterisierung. Die chromatische Erhöhung dient oft dazu, ein ›Leittonbedürfnis‹ zu erzeugen, welches seinerseits durch einen Halbtonschritt befriedigt wird.<sup>9</sup> Ein analoges Bild ergibt sich für den imaginären Ganzton, wenn man einen doppelten Quintfall (wie z. B.  $II \rightarrow V \rightarrow I$ ) zerlegt in die Herstellung eines ›Quintfallbedürfnisses‹ (Alteration) und einen Quintschritt, der dieses befriedigt (d. h.  $V/V \rightarrow V/I \rightarrow I/I$ ).

## 10. Die Relationen der »Halluzination« und der »Escher-Treppe«

Um von der virtuellen in die aktuelle Beschreibungsebene zu wechseln, eignet sich die Exponentialabbildung für  $2 \times 2$ -Matrizen:

$$\exp : gl_2(\mathbb{R}) \rightarrow Gl_2(\mathbb{R})^+$$

Sie überführt beliebige  $2 \times 2$ -Matrizen in solche mit positiver Determinante. Jene diskrete Untergruppe, die von den Exponentialen ganzzahliger Matrizen erzeugt wird, bildet den gewünschten Apperzeptionsraum:

$$\langle \exp(gl_2(\mathbb{Z})) \rangle \subset Gl_2(\mathbb{R})^+$$

---

<sup>9</sup> Vgl. Rudolf Louis/Ludwig Thuille, *Harmonielehre*, Stuttgart 1913<sup>4</sup>, S. 220.

Diese Gruppe ist nicht kommutativ und es ist daher interessant, die resultierenden Effekte der Diskrepanz zwischen aktueller und virtueller Apperzeption zu untersuchen. Solche Effekte tauchen insbesondere bei der Quintapperzeption auf, d. h. bei der Bilanzierung von Quintschritten und -alterationen. Es bezeichnen

$$q_s = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad q_a = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

die Merkmalsvektoren des Quintschritts und der Quintalteration. Dann ergeben sich für die zugehörigen Apperzeptionsakte des Quintschritts  $Q_s$  und der Quintalteration  $Q_a$  die Matrizen

$$Q_s = \exp(q_s) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad Q_a = \exp(q_a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Zunächst kann man feststellen, daß die Zerlegung eines imaginären Ganztones in zwei Apperzeptionsakte – einen Quintschritt und eine Quintalteration – aktuell von deren Reihenfolge abhängt. Das heißt  $Q_s \cdot Q_a$  und  $Q_a \cdot Q_s$  stimmen *nicht* überein, obwohl die virtuelle Bilanz dieselbe ist, nämlich  $q_s + q_a$ .

Als »Halluzinations«-Relation bezeichnen wir die Gleichung

$$Q_s \cdot Q_a \cdot Q_s = Q_a \cdot Q_s \cdot Q_a.$$

Sie besagt, daß ein Apperzeptionsprozeß aus drei Quint-Apperzeptionen der *Abfolge Schritt → Alteration → Schritt* (z. B. V/V → I/V → I/I → IV/I) aktuell zum selben Zustand führt wie die Abfolge *Alteration → Schritt → Alteration* (z. B. V/V → V/I → I/I → I/IV), obwohl die Merkmalsbilanz beider Prozesse einen Unterschied in der Entscheidungskordinate aufweist.

Als »Escher-Treppe« bezeichnen wir die Gleichung

$$(Q_a \cdot Q_s)^6 = Id.$$

Sie besagt, daß ein Apperzeptionsprozeß aus zwölf Quint-Apperzeptionen der wechselnden Abfolge von *Schritt* und *Alteration* aktuell zum Ausgangszustand zurückführt. In der Rolltreppen-Metapher bedeutet dies, daß sich die virtuell unendliche Quintentreppe bei geeigneter Nutzung aktuell als eine »Escher-Treppe« herausstellt. Unter den  $2^{12} = 4096$  kombinatorisch möglichen Quintapperzeptionsprozessen der Länge 12 erweisen sich 192 als »Escher-Treppen«.

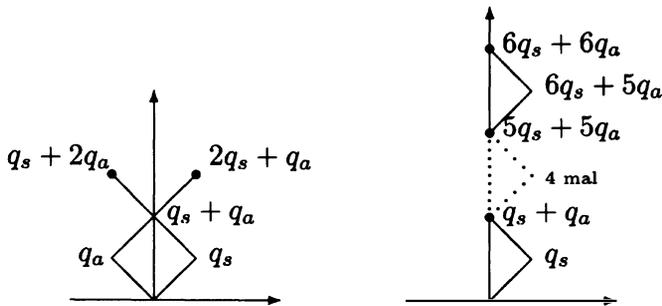


Abbildung 2: Merklichkeitsbilanzen von ›Halluzination‹ (links) und ›Escher-Treppe‹ (rechts)

## 11. Effekte der Enharmonizität

Enharmonische Verwechslungen oder Umdeutungen manifestieren sich in der (durch den Kontext motivierten) Identifikation enharmonisch verschiedener Notenwerte (ganzer Passagen, einzelner Akkorde oder nur einzelner Töne). Hinter der Frage, ob bzw. unter welchen Bedingungen dahinter Auffassungskonflikte angenommen werden können und wie diese zu beschreiben sind, steht ein offenes Problemfeld der Musiktheorie. Die vorgelegte Theorie der Tonapperzeption sollte eher bei Befürwortern der Annahme von Auffassungskonflikten auf Interesse stoßen.

Eine einfache aber wichtige Feststellung für unsere Argumentation besteht nun darin, daß die enharmonischen Verwechslungen zu einem ernstem Problem für einen apperzeptiven Ansatz werden können. Dies tritt ein, wenn man die verschiedenen Auffassungen als verschiedene Positionen im Vorstellungsraum ansieht und zugleich aber die Apperzeption konkreter Ton-Syntagmen in Form zusammenhängender Pfade in diesem Vorstellungsraum zu analysieren trachtet. Genau dieses Problem tritt in Hugo Riemanns Entwurf auf, und er ist sich dessen bewußt. Seine Wahl eines Quint-Terz-Netzes als Vorstellungsraum bringt zunächst das Problem der syntonischen Verwechslung von vier Quinten mit der Terz mit sich und für entfernte Tonarten räumt Riemann auch die Notwendigkeit der enharmonischen Verwechslung ein.

Zur syntonischen Identifikation läßt sich im Rahmen unseres Apperzeptionsraumes keine direkte Beziehung herstellen. Indirekt ergibt sich allerdings ein Bezug zur »Halluzinations«-Relation. Wenn man Terzapperzeptionen in vierfache Quintapperzeptionen zerlegt, so liegt die sich dabei ergebende Entscheidungsfreiheit in der Merklichkeits-Differenz aus Quintschritt und Quintalteration. Sie ist wegen des Ökonomieprinzips nicht direkt apperzipierbar. Infolge der Halluzinations-Relation stimmt jedoch die (in der Bilanz merkliche) vermittelte Apperzeption dieser Differenz

$$\text{Quintschritt} \rightarrow \text{Quartalalteration}$$

aktuell mit einer Kommutation

$$\text{Quartalalteration} \rightarrow \text{Quartschritt} \rightarrow \text{Quintalteration} \rightarrow \text{Quintschritt}$$

überein, die in der Bilanz unmerklich ist. Daraus folgt, daß aufgrund der Halluzinations-Relation eine hohe Flexibilität im Umdeuten von vermittelten Terzapperzeptionen besteht. Die enharmonische Umdeutung betrifft eine 12fache Quintverwandtschaft und kann mit Hilfe der Relation der »Escher-Treppe« beschrieben werden. Während der Merklichkeitsvektor eines solchen Umdeutungsprozesses den Auffassungsunterschied bilanziert, kehrt der aktuelle Prozeß zu seinem Ausgangszustand zurück.

Der Quintenzirkel, der seit den Generalbaßtraktaten des 18. Jahrhunderts in die Musiktheorie und -praxis Einzug gehalten hat, könnte damit weitaus enger im Zusammenhang mit apperzeptiven Phänomenen stehen, als bislang angenommen. In der Idealisierung des Modells ergibt er sich jedenfalls als Konsequenz des Apperzeptionsgesetzes im Sinne von Wundts Vorschlag.

Zu erwähnen bleibt das Phänomen der synchromatischen Konflikte zwischen Halbtonschritten und chromatischer Alteration. Sie treten z. B. auf, wenn chromatische Durchgänge harmonisiert werden und dabei enharmonisch verwechselt werden. Im Gegensatz zur Quintapperzeption ist die Halbtonapperzeption kommutativ und es lassen sich keine vergleichbaren Abweichungseffekte zwischen aktueller und virtueller Apperzeption beschreiben. Mit aller gebotenen Vorsicht soll aber die Möglichkeit angesprochen werden, hier die Lie-Algebra-Struktur der virtuellen Apperzeption ins Spiel zu bringen, die über die Vektoraddition hinaus bislang keine Interpretation erfahren hat. Die Lie-Klammer stellt eine Verbindung her zwischen den rein additiv völlig unabhängigen Merklichkeitsvektoren der beiden Arten von Tonbeziehungen. Unter Einbeziehung der Lie-Klammer entspricht einer infinitesimalen Quint-Kommutation ein synchromatischer Merklichkeitsvektor, d. h. die Differenz aus Halbtonschritt und chromatischer Alteration.

## 12. Zur Weiterentwicklung und Überprüfung der Theorie

In der Darstellung der Ergebnisse wurde Wert darauf gelegt, die musiktheoretischen Spezifika des zentralen Gegenstandes der Tonapperzeption nicht weiter in den Vordergrund zu rücken als nötig. Damit einher geht eine dreifache Strategie für die Fortsetzung der Untersuchungen, deren Ziel es sein muß, den empirischen Gegenstand der Apperzeptionstheorie klarer herauszuarbeiten.

(1) Es gilt, die Möglichkeiten auszuloten, aus dem Apperzeptionsmodell eine musikalische Analyseverfahren zu entwickeln. Solch eine Methode sollte es erlauben, gegebenen musikalischen Syntagmen plausible Apperzeptionsprozesse zu unterlegen und insbesondere die Rolle von Tonkonflikten und ihrer apperzeptiven Lösung herauszustellen. Eine unabhängige Strategie, das Problem der Auffassungskonflikte klarer zu Tage treten zu lassen, besteht darin, aus der Analyse einzelner Tonkonflikte im konkreten Kontext implizite theoretische Probleme abzuleiten, deren Anerkennung die Anerkennung der Auffassungskonflikte nahelegt. Eine kritische und produktive Auseinandersetzung mit der Schenkerschen Analysetradition, mit Neo-Riemannschen

Ansätzen oder den hierarchischen Modellen Fred Lerdahls kann helfen, wesentliche Weichenstellungen vorzunehmen.

(2) Es gilt, das Apperzeptionsmodell an anderen Formen musikalischer oder sonstiger Geistestätigkeit zu testen und auch die Brücke zur Psychophysik zu schlagen, die in den vorliegenden Untersuchungen keine Rolle spielte. Ferner gilt es, Befunde aus der experimentellen Erforschung des aktiven Arbeitsgedächtnisses in der kognitiven Psychologie in Hinblick auf das Apperzeptionsmodell zu interpretieren.

(3) Es gilt, an der Weiterentwicklung des mathematischen Apperzeptionsmodells zu arbeiten. Dies kann einerseits geschehen durch Untersuchung und Interpretation von Strukturen, die sich aufgrund der bereits getroffenen Modellentscheidungen aufdrängen. Andererseits wird es sich erforderlich machen, neue Modelle zu entwickeln, bzw. Brücken zu schlagen zu anderen Ansätzen in der mathematischen Erforschung kognitiver Prozesse.<sup>10</sup>

---

10 Weitere Literatur: Sigurdur Helgason, *Differential Geometry, Lie Groups, and Symmetric Spaces*, New York 1978; Johann Friedrich Herbart, *Psychologie als Wissenschaft*, Leipzig 1850 (Nachdruck Amsterdam 1968); Thomas Noll, *Morphologische Grundlagen der abendländischen Harmonik*, Bochum 1997; ders., *Tone Apperception and Weber-Fechner's Law*, Manuskript 2002; Roger N. Shepard, *Structural Representations of Musical Pitch*, in: Diana Deutsch, *The Psychology of Music*, Orlando 1982, S. 343–390.

© 2004 Thomas Noll (thomas.mamuth@gmail.com, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-6701-7104>)

Escola Superior de Música de Catalunya: Barcelona

Noll, Thomas (2004), »Thesen zu einer ›Lehre von den Tonapperzeptionen« [Theories of a “doctrine of sound apperception”], in: *Musiktheorie zwischen Historie und Systematik. 1. Kongreß der Deutschen Gesellschaft für Musiktheorie, Dresden 2001* (GMTH Proceedings 2001), hg. von Ludwig Holtmeier, Michael Polth und Felix Diergarten, Augsburg: Wißner-Verlag, 292–304. <https://doi.org/10.31751/p.316>

SCHLAGWORTE/KEYWORDS: enharmonic reinterpretation; enharmonische Umdeutung; Lie theory; Lie-Theorie; Mannigfaltigkeit; Tonapperzeption; tone apperception; variety; Wilhelm Wundt

eingereicht / submitted: 01/01/2002

angenommen / accepted: 01/01/2002

veröffentlicht (Druckausgabe) / first published (printed edition): 14/10/2004

veröffentlicht (Onlineausgabe) / first published (online edition): 01/09/2024

zuletzt geändert / last updated: 18/08/2024